RAN-2508000605020012

RAN-2508000605020012

T. Y. B. Com. (Sem.-V) Examination March - 2026

Major : Statistics - Paper VI : Statistical Inference

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book (2) The digit to the right indicates the full marks of the question (3) Statistical tables and simple calculators may be used. (4) Chart paper will be provided on demand.	Student's Signature

Q. 1. Answer the following questions. (Any Five) **10**
નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (કોઈપણ પાંચ)

1. Write a definition of Parameter and Statistic.
   પ્રાચલ અને આગણકની વ્યાખ્યા લખો.
2. State properties of good estimator.
   સારા આગણકના ગુણધર્મ જણાવો.
3. List the type of Probability distribution. Also give one example of all type of Probability distribution with their parameters.
   દરેક પ્રકારના સંભાવના વિતરણની યાદી જણાવો. ઉપરાંત દરેક પ્રકારના સંભાવના વિતરણનું એક ઉદાહરણ તેના પ્રાચલ સાથે જણાવો.
4. Explain maximum likelihood function.
   મહતમ વિસંભાવના વિધેય સમજાવો.
5. Note the confidence interval of difference of two normal population means.
   બે પ્રમાણ્ય વિતરણોનાં મધ્યકો વચ્ચેના તફાવત માટેનો વિશ્વસનીય અંતરિત જણાવો.
6. Let $X = \{x_1, x_2\}$ is a sample of two independent observation taken from population with mean μ. So, under which conditions dose $ax_1 + bx_2$ become the unbiased estimator of μ? Where a and b are constants.
   μ મધ્યક વાળી પ્રમાણ્ય સમષ્ટિમાંથી બે નિરપેક્ષ અવલોકનોનો એક નિદર્શ $X = \{x_1, x_2\}$ લીધેલ છે. તો કઈ શરત હેઠળ $ax_1 + bx_2$ એ μ નો અનભિનત આગણનકાર બનશે? જ્યાં a અને b અચળાંકો છે.
7. Explain Sufficiency.
   પર્યાપ્તા સમજાવો.

Q. 2. (a) For a normal population with mean μ and variance σ^2, show that the sample mean $\bar{x}$ is more efficient than the sample median M. **5**
મધ્યક μ અને વિચરણ σ^2 વાળી પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ માટે દર્શાવો કે નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ નિદર્શ મધ્યસ્થ M કરતાં વધુ દક્ષ છે.

(b) Find the maximum likelihood estimate of θ for the probability density function $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}$ where $x = 0,1, 2, ...; \theta > 0$ **5**

સંભાવના વિધેય $f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}$ જ્યાં $x = 0,1, 2, ...; \theta > 0$ માટે θ નો મહતમ વિસંભાવાના આગણક મેળવો.

(c) Show that the sample mean $\bar{x}$ is an unbiased estimator and consistent estimator of population mean μ. **4**

નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ સમષ્ટિ મધ્યક μ નો અનભિનત અને સુસંગત આગણનકાર છે તેમ દર્શાવો.

OR / અથવા

Q. 2. (a) For the normally distributed random variable x with the probability mass function $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$, show that sample mean is a consistent estimator of population mean. **5**

પ્રમાણ્ય પણે વિતરિત ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ માટે દર્શાવો કે નિદર્શ મધ્યક એ સમષ્ટિ મધ્યકનો સુસંગત આગણક છે.

(b) Find the maximum likelihood estimate of θ for the probability function $f(x, \theta) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta}$ **5**

સંભાવના વિધેય $f(x, \theta) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta}$ માટે θ નો મહતમ વિસંભાવના આગણક શોધો.

(c) If t_1 and t_2 are unbiased estimator of θ then show that $\frac{t_1 + 2t_2}{3}$ is also an unbiased estimator of θ. **4**

જો t_1 અને t_2 બંને θ ના અનભિનત આગણક હોય તો દર્શાવો કે $\frac{t_1 + 2t_2}{3}$ એ પણ θ નો અનભિનત આગણક છે.

Q. 3. (a) State the confidence interval of μ when value of σ^2 is known and unknown. Following information are obtained for the random samples of size 12 and 9 selected randomly from two normal populations $N(\mu_x,\sigma^2)$ and $N(\mu_y,\sigma^2)$. **6**

$$\bar{x} = 5.2,\ S_x^2 = 64, \bar{y} = 3.4,\ S_y^2 = 48$$

Find 95% and 99% confidence interval for the difference of two normal populations means.

જ્યારે σ^2 જ્ઞાત અને અજ્ઞાત હોય ત્યારે μ માટે વિશ્વસનીય અંતરિત જણાવો. બે પ્રમાણ્ય વિતરણો $N(\mu_x,\sigma^2)$ અને $N(\mu_y,\sigma^2)$ માંથી 12 અને 9 કદવાળા લીધેલ યાદચ્છિક નિદર્શોમાંથી નીચે પ્રમાણે માહિતી મળી.

$$\bar{x} = 5.2,\ S_x^2 = 64, \bar{y} = 3.4,\ S_y^2 = 48$$

બે પ્રમાણ્ય સમષ્ટિના મધ્યકોના તફાવત માટેનો 95% અને 99% વિશ્વસનીય અંતરિત મેળવો.

(b) If the mean weight of 150 students taken at random from a group of students is found to be 17.90 kg and the standard deviation is 4 kg, then find the 95% and 99% credible limits and credible intervals of the population mean. **4**

વિદ્યાર્થીઓના સમૂહમાંથી યાદચ્છિક રીતે લીધેલા 150 વિદ્યાર્થીઓનું સરાસરી વજન 17.90 કિલોગ્રામ અને પ્રમાણિત વિચલન 4 કિલો ગ્રામ માલુમ પડે છે, તો સમષ્ટિ મધ્યક ની 95% અને 99% વિશ્વસનીય સીમાઓ અને વિશ્વસનીય અંતરિત શોધો.

(c) A sample poll of 200 voters randomly selected from all the voters in a given district shows 65% of them were in favour of particular candidates. Find 95% and 99% confidence interval for the proportion of all voters of the district in favour of this candidate. **4**

આપેલ જિલ્લાના તમામ મતદારોમાંથી યદચ્છ રીતે પસંદ કરાયેલા 200 મતદારોના નિદર્શ મતદાન દર્શાવે છે કે તેમાંથી 65% ચોક્કસ ઉમેદવારોની તરફેણમાં હતા. આ ઉમેદવારની તરફેણમાં જિલ્લાના તમામ મતદારોના પ્રમાણ માટે 95% અને 99% વિશ્વાસ અંતરિત શોધો.

OR/અથવા

Q. 3. (a) State the confidence interval of variance of normal population. A random sample of size 15 from a normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$ and its sample variance is 6.73. Find the 96% and 98% confidence interval for σ^2. **6**

પ્રમાણ્ય વિતરણના વિચરણનો વિશ્વસનીય અંતરિત જણાવો. એક પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી 15 કદવાળા લીધેલ યાદચ્છિક નિદર્શમાંથી નિદર્શ વિચરણ 6.73 મળી σ^2 માટે 96% અને 98% વિશ્વસનીય અંતરિત મેળવો.

(b) A sample inspection of 81 tyres of company X found that the average life of tyre is 15750 km. The standard deviation of the population is 225 km. Find 95% and 99% confidence interval for the average life of Company X brand tyre. **4**

કંપની X ના 81 ટાયરના નિદર્શ નિરીક્ષણમાં જાણવા મળ્યું કે ટાયરનું સરેરાશ આયુષ્ય 15750 કિમી છે. વસ્તીનું પ્રમાણિત વિચલન 225 કિમી છે. કંપની X બ્રાન્ડના ટાયરના સરેરાશ આયુષ્ય માટે 95% અને 99% વિશ્વસનીય અંતરિત શોધો.

(c) If a sample of size 900 is randomly selected from a standard normal population and 300 units are found defective from it, find the 95% and 99% confidence interval for the population proportion P. **4**

એક પ્રમાણિત પ્રમાણય સમષ્ટિમાંથી યાદચ્છિક રીતે 900 કદનો નિદર્શ પસંદ કરતા તેમાં 300 એકમ ખામીયુક્ત હોય તો સમષ્ટિ પ્રમાણ P માટે 95% અને 99% વિશ્વસનીય સીમા અને વિશ્વસનીય અંતરિત શોધો.

Q. 4. **Answer the following questions. (Any Three)** **12**

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (કોઈપણ ત્રણ)

1. Explain the terms: (1) Consistent Estimator (2) Efficient Estimator
   પદો સમજાવો : (1) સુસંગત આગણનકાર (2) કાર્યક્ષમ આગણનકાર
2. When should you say that estimate of parameter is the best? Explain the unbiasedness of an estimator.
   પ્રાચલનો આગણક ક્યારે શ્રેષ્ઠ છે એમ તમે કહી શકો? આગણકની અનભિનતતા સમજાવો.
3. Explain the Cramer-Rao's inequality method to the lower bound of the estimator.
   આગણકનાં વિચરણની નીચલી સીમા મેળવવા માટેની ક્રેમર-રાવની અસમતાની રીત સમજાવો.
4. Explain estimation method of moments with its limitation.
   આગણન માટેની પ્રઘાતની રીત વર્ણવો અને તેની મર્યાદા જણાવો.
5. Explain estimation method of Least square.
   આગણન માટેની ન્યુનતમ વર્ગની રીત વર્ણવો.